

# 経済ネットワークの数理

大西 立顕<sup>\*1\*2</sup>

## Mathematical Analysis of Economic Networks

Takaaki OHNISHI<sup>\*1\*2</sup>

**Abstract**— Firms build business relationships through economic activities. PageRank algorithm and motif analysis are applied to Japanese inter-firm network which consists of about one million firms and four million directed links. We show scale-free degree distribution and similarities between degree and PageRank. By comparing with randomized networks, we find that PageRank correlates significantly with the growth rate which is hardly observed with other quantities. We also find that V-shaped triads are network motifs, while feedforward and feedback loop are anti-motifs. By defining roles in the subgraph according to structural equivalence, we detect the significance profile of roles characterizing the industry sector. The taxonomy of industries obtained from the profiles is economically meaningful. These empirical findings may serve to provide an easily interpretable view of the entire inter-firm network and to improve the efficiency and safety of economic systems.

**Keywords**— complex network, scale-free network, PageRank, hub and authority, network motif

### 1. はじめに

情報の電子化が進んだことで、日々、様々な分野で膨大な量のデータが蓄積されるようになってきている。また、コンピューターの計算能力の急速な向上に伴い、今まではほとんど不可能に近かった、大量のデータを用いて大量の計算を行うような分析が可能になってきている。こうした背景から、特に経済物理学の分野において、経済学者だけでなく物理学や数理工学の研究者が大規模な経済データを用いて経済現象を分析し研究するようになってきている。さらに最近では、こうした様々なビッグデータを利活用することで、経済現象のみならず社会現象を含むあらゆる現象を実証科学的に研究・分析し、社会やビジネスに役立てたりする試みも活発になってきている。

本解説では、大規模な経済ネットワークとして企業間取引ネットワークを取り上げ、複雑ネットワーク科学の手法 [1] を用いた経済ネットワークの解析を紹介する。

### 2. 企業間取引ネットワーク

#### 2.1 データ

経済活動の本質は金・モノ<sup>1</sup>の交換である。金・モノの交換（相互作用）から企業の経済活動を分析するために、東京商工リサーチ社が提供する2005年の日本企業約100万社についての各企業の属性（売上高、申告所得、利益金、従業員数、業種、地域など）と主要取引先データ（仕入先、販売先）を解析した。取引先データから企業を頂点、取引関係をリンクとして、各企業がどの企業と取引しているかに関する大規模な有向ネットワーク（企業間取引ネットワーク）を構築し、このネットワークを分析した<sup>2</sup>[2-4]。有向リンクの向きは、お金の流れの向き（買い手 → 売り手）にとる。つまり、反対向きはモノの流れになる。ネットワークは961,318個の頂点と3,667,521個の有向リンクで構成される。このような大規模で網羅的なデータは海外には存在しないため、日本全体のモノ・金の流れの全貌から実体経済を探る、先導的な分析になる。

#### 2.2 次数分布

まず、各企業が何社の企業と取引関係にあるかを表わす次数分布（リンク数が $k$ である企業の頻度分布）を

\*1 キヤノングローバル戦略研究所 東京都千代田区丸の内 1-5-1 新丸ビル

\*2 東京大学大学院経済学研究科 東京都文京区本郷 7-3-1

\*1 The Canon Institute for Global Studies, 11th Floor, Shin-Marunouchi Building, 1-5-1 Marunouchi, Chiyoda-ku, Tokyo

\*2 The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

Received: 5 July 2013, 5 September 2013

1. 本解説では、製品やサービスなど企業が販売するものをモノと表現する。  
2. ただし、個人消費者、政府、海外の会社との取引関係はデータに含まれていないため、本研究は国内の企業間取引に限定した分析になる。

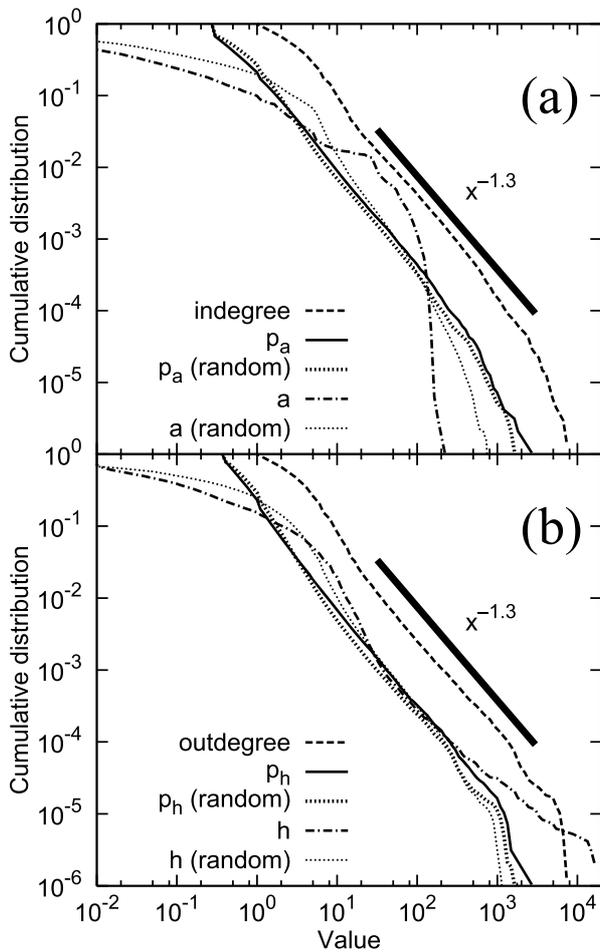


Fig. 1: Cumulative probability distributions of indegree,  $p_a$ , and  $a$  (a), and outdegree,  $p_h$ , and  $h$  (b). The distributions for randomized network are shown for comparison.

調べた．入次数（入るリンクの数）と出次数（出るリンクの数）のどちらについても次数分布はべき乗則に従っている（Fig. 1）．つまり，このネットワークはスケールフリーネットワークになっている．生命・社会・経済などに関連する現実のネットワークの多くが，スケールフリーネットワークであることが知られている．このネットワークでは，ほとんどの頂点の次数は小さいが，ごく少数であるが非常に大きな次数を持つ頂点が存在する（Fig. 2）．このような頂点は他の非常に多くの頂点と結ばれているためその影響力が大きく，ネットワークを特徴づけている．災害や事故のように無作為に頂点が除去される場合，除去される大多数の頂点は次数が小さいため影響が小さく，大部分が除去されても残りの頂点が互いにしぶとくつながり続けるためネットワークは頑強である．しかし，次数の大きな頂点が重点的に除去される場合，その影響力が大きいためネットワークは脆弱であることが知られている．したがって，大きな次数を持つ大企業が，企業間取引ネットワークにおいて重要な役割を果たしていると考えられる．

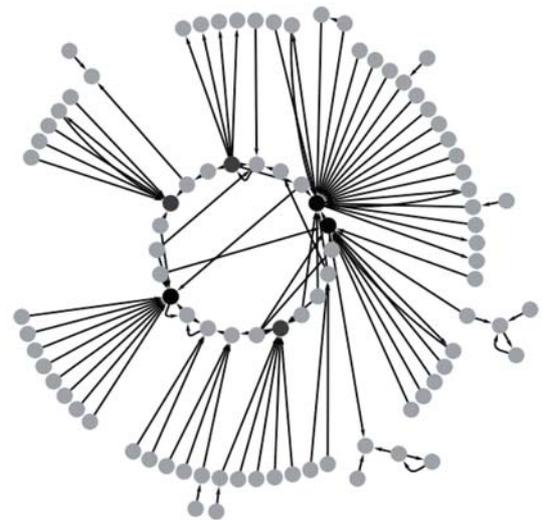


Fig. 2: Inter-firm network of layers and broilers farming

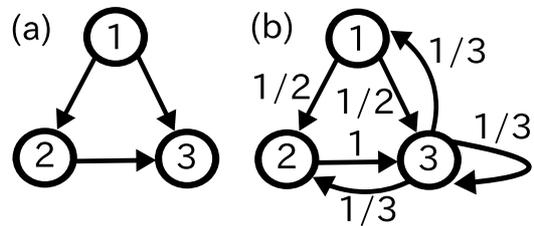


Fig. 3: A directed network composed of three nodes and three links

### 3. 取引ネットワークにおける企業の重要度

ネットワーク上の頂点の重要度を測る代表的な指標として，ページランクとオーソリティ度・ハブ度がある．取引ネットワークについてこれらの指標を計算し，企業の重要度を算出する．

#### 3.1 ページランク

例として Fig. 3(a) のネットワークを考える．ネットワークは隣接行列によって表現できる．隣接行列  $A_{ij}$  は，頂点  $i$  から頂点  $j$  へのリンクがあれば  $A_{ij} = 1$ ，リンクがなければ  $A_{ij} = 0$  と定義される．いまの場合，

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

となる．

いま，ネットワーク上の頂点をウォーカーがランダムウォークする状況を考える．ウォーカーは今いる頂点のリンク先の頂点のいずれかに等確率に動くとする．このとき，行き止まりになる頂点（Fig. 3(a) のネットワークでは頂点 3）が存在する場合，一旦，ウォーカーがこの

頂点に到達すると、ずっとこの頂点に留まり続けてしまう。これを避けるため、行き止まりになる頂点に到達した場合、次の時刻では全頂点のいずれかの頂点に等確率で動くとする (Fig. 3(b))。頂点  $j$  から頂点  $i$  に行く確率を  $T_{ij}$  とすると、この過程は遷移行列

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

で表現できる。一般のネットワーク (全頂点数  $N$ ) では、 $T_{ij} = A_{ji} / \sum_k A_{ki}$  (ただし、 $i$  が行き止まりになる頂点の場合は  $T_{ij} = 1/N$  とする) となる。

十分時間がたったとき頂点  $i$  を訪れる確率  $x_i$  は、 $T$  の最大固有ベクトルである。行列  $T$  は確率行列のため最大固有値は 1 であるから、 $x_i$  は  $\sum_j T_{ij}x_j = x_i$  より求まる。しかし、最大固有ベクトル  $x_i$  は必ずしもいつも一意に定まるとは限らない。そこで、ウォーカーは、確率  $q$  で遷移行列  $T$  で表わされるランダムウォークを行い、残りの確率  $1-q$  で全頂点のいずれかの頂点に等確率で動くことにする (本解説では  $q = 0.85$  とする)。この過程の遷移行列  $G$  は

$$G_{ij} = qT_{ij} + (1-q)1/N \quad (3)$$

となる。 $G$  は強連結 (どの頂点からスタートしたとしても、あらゆる頂点に到達できる) であるため、ペロン・フロベニウスの定理より、最大固有ベクトルの一意性が保証される [5]。

ページランクは  $G$  の最大固有ベクトルとして定義される [6]。ページランクは、ページ自体の重要性和リンク元のページの重要性を加味して、ウェブページをランク付けするために利用されている。ネットワークは隣接行列  $A$  で表現されるが、大規模なネットワークについて  $A$  の最大固有ベクトルを厳密に求めるのは計算コストがかかる。そこで、 $A$  を強連結な確率行列  $G$  に変換 (近似) することにより、最大固有ベクトルを求めたのがページランクであると解釈できる (3) 式より、ページランクは反復法を用いて求めることができ、収束も早い。

企業間取引ネットワークについて、ページランク  $p_a$  を計算した。ウォーカーはお金に対応するので  $p_a$  は各企業に流れるお金の流量と解釈できる。計算した結果、 $p_a$  は入次数と同じような分布をし (Fig. 1)、 $p_a$  と入次数は強く相関している (Kendall の順位相関係数  $\tau = 0.75$ ) ことが判明した。つまり、 $p_a$  は入次数とほぼ同じ量になっている。リンクの方向を逆向きにして同様に定義されるページランク  $p_h$  は、各企業に流れるモノの流量と解釈できる。 $p_a$  と同じように、 $p_h$  は出次数とほぼ同じ量になっている。したがって、ページランクの値を単純にそのまま観測したのでは、次数と同じような情報し

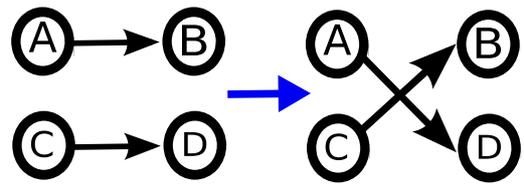


Fig. 4: We randomly choose two pairs of links and exchange the destinations of the two links between them, keeping the number of inlink, outlink, and mutual links of each node unchanged.

が得られない。しかし、同じ大きさの次数を持つ企業でも、ページランクの値が異なる企業は存在する。そこで、次数を保存してランダムにリンクをつなぎ変えたネットワークを作成し、実ネットワークと比較することで、ページランクから得られる情報をうまく抽出することを考える。

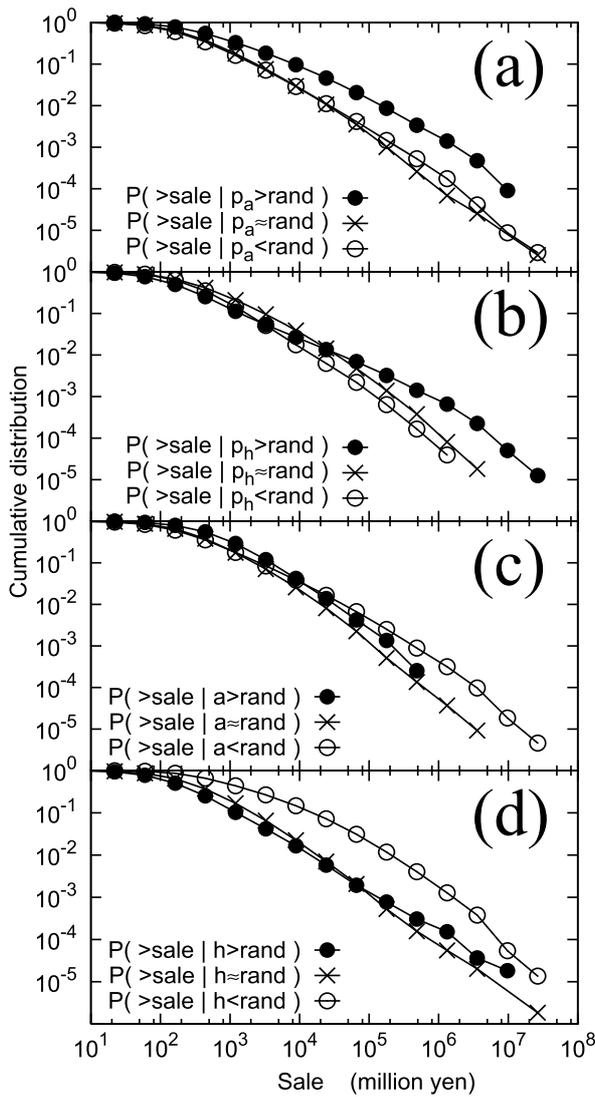
### 3.2 ランダマイズドネットワーク

次数から生じる相関を取り除くために、各企業の入次数 ( $\circ \leftarrow$ )、出次数 ( $\circ \rightarrow$ )、相互リンク数 ( $\circ \leftrightarrow$ ) を保存する条件下でリンクをランダムにつなぎ変える操作 (Fig. 4) をネットワークがランダムになるまで繰り返す [7] ことにより、ランダマイズしたネットワークを 1000 個作成した。このランダマイズドネットワークについてもページランクを計算し、実ネットワークでのページランクの値と比較した。ページランクの分布は、両者のネットワークでほとんど違いはみられない (Fig. 1)。

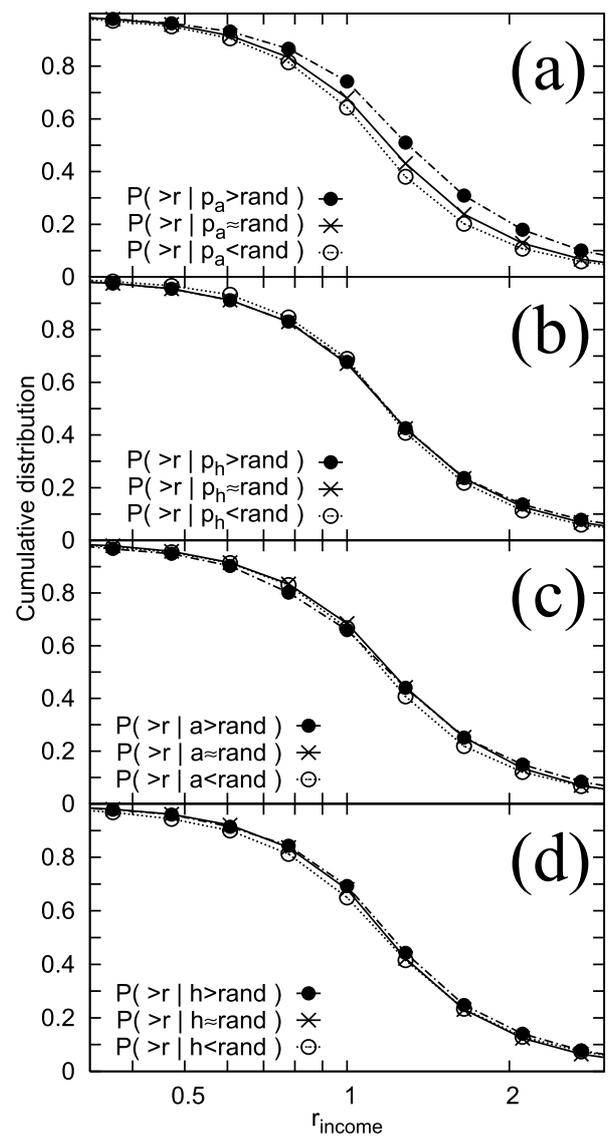
各企業について、両者のネットワークでのページランクの値を比較する。ランダマイズドネットワークよりも実ネットワークの方がページランクの値が統計的に有意に大きい企業 ( $>rand$ )、小さい企業 ( $<rand$ )、差がない企業 ( $\sim rand$ ) の三つのグループに企業を分類した。分類した三つを比較することで、次数の影響を除去した上でページランクそのものから生じる相関を評価することができる。

分類した三つのそれぞれについて、企業規模 (売上高) の累積分布を Fig. 5(a), (b) に示す。ランダマイズドネットワークと比較してページランクが大きい企業は、企業規模が大きい傾向がある。大きな次数を持つ企業ほど企業規模が大きい傾向があることが知られているが、次数の影響を除去した (同じ次数同士の企業を比較した) としても、ページランクの大きい企業ほど企業規模が大きいと言える。

同様に、企業成長率 (当年の申告所得  $\div$  前年の申告所得) の累積分布を Fig. 6(a), (b) に示す。お金の流れで見るとページランク ( $p_a$ ) の大きい企業ほど成長率が大きい傾向があるが、モノの流れでみた場合 ( $p_h$ ) にはそ



**Fig. 5:** Conditional cumulative probability distributions of sale for (a)  $p_a$ , (b)  $p_h$ , (c)  $a$ , and (d)  $h$ . Three conditions,  $x > \text{rand}$ ,  $x \sim \text{rand}$ , and  $x < \text{rand}$  are represented by different symbols.



**Fig. 6:** Conditional cumulative probability distributions of annual growth rate  $r$  for (a)  $p_a$ , (b)  $p_h$ , (c)  $a$ , and (d)  $h$ . Three conditions,  $x > \text{rand}$ ,  $x \sim \text{rand}$ , and  $x < \text{rand}$  are represented by different symbols.

の傾向はみられない。成長率は、企業規模や回数といった単独の企業そのものの情報から得られる量とはほぼ無相関な量であるが、お金の流れで定義したページランクと相関しており、ネットワーク構造と関係した量であることが示唆される。

### 3.3 オーソリティ度とハブ度

ページランクは隣接行列  $A$  (を変換した  $G$ ) の最大固有ベクトルで定義されるので、ネットワーク上の1リンク先の情報に対応した量である。2リンク先の情報に対応する行列としては、 $A^2$ ,  $(A^T)^2$ ,  $A^T A$ ,  $A A^T$  が考えられる。 $A^2$  と  $(A^T)^2$  は、単純にリンクを二つ辿った場合の隣接行列なのでページランクと同じような量になると考えられる。 $A^T A$ ,  $A A^T$  の最大固有ベクトル(元の隣接

行列の最大特異ベクトル) はそれぞれオーソリティ度  $a$  , ハブ度  $h$  と呼ばれ、

$$a_i = \sum_j A_{ji} h_j, \tag{4}$$

$$h_i = \sum_j A_{ij} a_j \tag{5}$$

から再帰的に計算できる (HITS (hypertext induced topic selection) アルゴリズム [8])。ただし、 $\sum_i a_i = 1$ ,  $\sum_i h_i = 1$  と規格化するものとする。このように定義されたオーソリティ度とハブ度は、必ずしも解が一意に定まるとは限らない。解の一意性を保証するため、本解説では  $A_{ij}$  の代わりに  $qA_{ij} + (1-q)/N$  を用いる。

Eq. (5) を Eq. (4) に代入すると,  $a_i = \sum_{j,k} A_{ji}A_{jk}a_k$  となる. つまり, 企業  $i$  のオーソリティ度  $a_i$  は, 企業  $i$  の売り手  $j$  にとってのすべての買い手  $k$  のオーソリティ度  $a_k$  の総和である. したがって, オーソリティ度は自分の競合他社がどれだけいるかを示し, この値が小さいほど供給者としてかけがえのない重要な企業であると解釈できる. 同様に, ハブ度が小さい企業は生産者として重要な企業であると解釈できる.

実ネットワークとランダムイズドネットワークの両方について, オーソリティ度とハブ度を計算した. ネットワークが対称, つまり, お金の流れのネットワークとモノの流れのネットワークが同じ構造であれば, オーソリティ度とハブ度は同じ分布をする. 実際, ランダムイズドネットワークではオーソリティ度とハブ度はほぼ同じ分布に従っている (Fig. 1). しかし, 実ネットワークでは, オーソリティ度の分布は裾野が狭く指数的に減衰するが, ハブ度の分布は裾野が広く, 両者は異なる分布に従っている (Fig. 1). したがって, オーソリティ度とハブ度はネットワーク構造の非対称性をうまく定量化していると考えられる.

各企業について, 両者のネットワークでのオーソリティ度 (ハブ度) の値を比較する. ランダムイズドネットワークよりも実ネットワークの方がオーソリティ度 (ハブ度) の値が統計的に大きい企業 ( $>rand$ ), 小さい企業 ( $<rand$ ), 差がない企業 ( $\sim rand$ ) の三つのグループに企業を分類した. ランダムイズドネットワークと比較してオーソリティ度 (ハブ度) が小さい企業は, 企業規模が大きい傾向がある (Fig. 5(c), (d)). これは, 競合他社が少なく, 供給者や生産者として重要な企業には大企業が多いことを示している. 一方, ページランクと異なり, オーソリティ度やハブ度は成長率とはほぼ無関係な量になっている (Fig. 6(c), (d)).

#### 4. 取引ネットワークのモチーフ構造

ネットワークには様々なつながり方のパターンが存在する. 多数のつながり方のパターンから, 統計的に有意性に基づいて意味のあるつながりのパターンを探すのがネットワークモチーフの手法である. ここでは, 取引ネットワークのネットワークモチーフを算出し, ネットワークにおける企業の経済的機能を考察する.

##### 4.1 有向ネットワークの三体相互作用

有向ネットワークでは, 三つの頂点が三角形を構成する仕方は一通りではないため, クラスタ係数の定義は様々な考えられる. 三つの頂点のつながり方 (三体相互作用) は全部で 13 種類存在する (Fig. 7). これら 13 種類の部分グラフの出現頻度は, 有向ネットワークでの

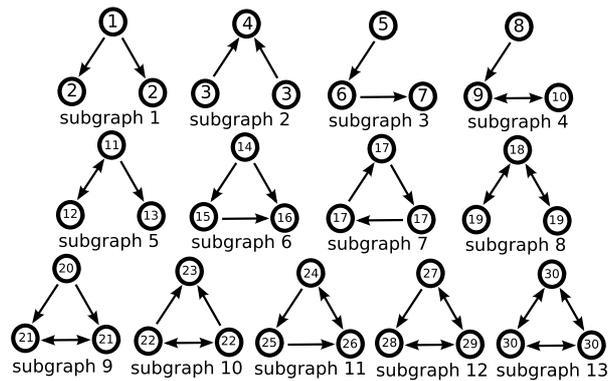


Fig. 7: All 13 types of three-node connected subgraphs with labels indicating the roles of the nodes. Each subgraph has from one to three roles. We classify every node into 30 types of roles.

クラスタ係数に対応し, それぞれの部分グラフはループ・仲介・合流・分岐などの流れ構造を表現している.

##### 4.2 ネットワークモチーフ

ネットワーク中で統計的に有意に出現する特徴的な部分グラフをネットワークモチーフという [9, 10]. ネットワークモチーフを調べることで, ネットワークを構成する部品 (パターン) を明らかにし, ボトムアップ的にネットワーク構造を調べることができる. システム生物学の分野では, ネットワークモチーフを探し出すことで多様な生命機能の理解が進んでいる.

ネットワークモチーフを抽出するには, ページランクの解析の際に作成したランダムイズドネットワークを用いて, 13 種類の各部分グラフが出現する回数を実ネットワークとランダムイズドネットワークとで比較する. 出現回数は (1) リンクを一つ取り出す (2) 取り出したリンクに関する部分グラフを数える (3) そのリンクを除去するという操作を繰り返すことで効率的に算出できる [11]. 各部分グラフ  $i$  の実ネットワークでの出現回数  $N_i$  とランダムイズドネットワークでの出現回数  $N_i^{rand}$  は Fig. 8 のようになる. 部分グラフ  $i$  の出現回数の差の統計的有意性は

$$Z_i = \frac{N_i - \langle N_i^{rand} \rangle}{\sqrt{\langle (N_i^{rand} - \langle N_i^{rand} \rangle)^2 \rangle}} \quad (6)$$

で評価することができる (Fig. 9). ただし,  $\langle \dots \rangle$  は 1000 個のランダムイズドネットワークについての平均である.

企業間取引ネットワークでは, 言語構造や二部グラフで見られる V 字構造 (部分グラフ 1~5) と web や友人関係などの社会ネットワークで見られるクリーク (部分グラフ 13) がネットワークモチーフになっている. 一方, フィードフォワード・ループ (部分グラフ 6) とフィー

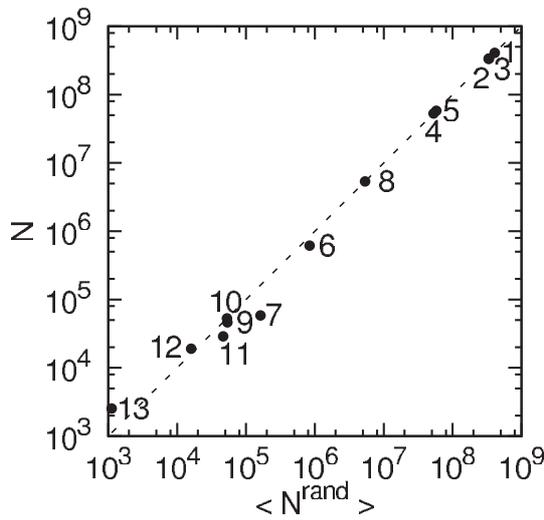


Fig. 8: The number of times the subgraph  $i$  appears in the real network  $N_i$  and the mean of its appearances in the randomized networks  $\langle N_i^{rand} \rangle$

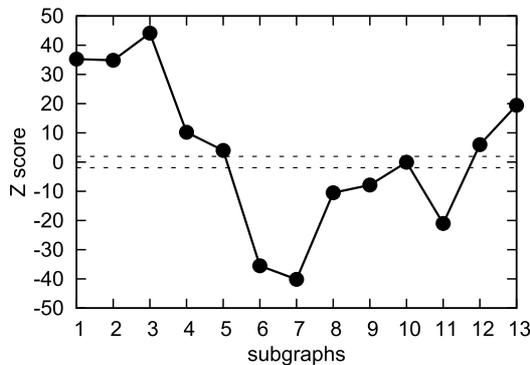


Fig. 9: Significance profile of subgraphs. The horizontal broken lines denote two-sided 5% critical values. V-shaped triads (subgraph 1, 2, and 3) are frequently occurring patterns.

ドバック・ループ（部分グラフ7）はアンチモチーフになっている。つまり、生産・消費活動のネットワークでは、ループ構造は少なくV字型とクリークが重要な構造になっている。

### 4.3 業種を特徴づける取引構造

ネットワーク構造をより詳細に調べるため、構造同値によりroleを定義する（Fig.7）。たとえば、フィードバック・ループ（部分グラフ7）は、対称性からどの頂点も同じ立場にあり各頂点は同じ一つのrole（role 17）を持つ。一方、フィードフォワード・ループ（部分グラフ6）は、異なる三つのrole（role 14は入力、role 15は仲介、role 16は出力）を持つ。このようにして、すべて頂点は30種類のroleに分類できる<sup>3</sup>[12]。

3. ただし、一般に各頂点は複数の部分グラフに属するため、一つ以上のroleを持ちうる。

いま、ある一つの業種に注目し、業種間でのroleの出現回数の違いを調べることで、業種を特徴づける取引構造を抽出することを考える。日本標準産業分類の中分類により、各企業は96業種に分類することができる。ある特定の業種  $x$  に属する全ての企業について、role  $i$  の実ネットワークでの出現回数  $N_i$  とランダムネットワークでの出現回数  $N_i^{rand}$  を計算し、出現回数の差の統計的有意性を Eq. (6) で評価する。算出したベクトル  $Z_x$  は、業種  $x$  がどのroleに出現しやすいか（しにくい）を表現している。業種間のroleの違いを調べるために、 $Z_x$  と  $Z_y$  の相関係数で定義される相関行列  $C_{xy}$  を用いて、2業種  $x, y$  間の距離を  $\sqrt{2(1-C_{xy})}$  で評価する。この距離を用いて、ユークリッド距離によるワード法を用いたクラスター分析により、全96業種をグループに分類した。得られたデンドログラム（Fig.10）は、業種間の階層構造を示し、様々なレベルでグループを定義している。

典型的な業種のroleプロファイルを Fig. 11 に示す。グループA（39 情報サービス、44 道路貨物運送、45 水運、47 倉庫、48 運輸附帯サービス、80 専門サービス、90 その他の事業サービス）はrole 23で特徴づけられ、互いに取引関係にある二つの企業に製品・サービスを販売するような構造になっており、仲介・代理・取次業務を表現している。グループB（51 飲食料品卸売、52 建築・鉱物・金属材料卸売、53 機械器具卸売、54 その他の卸売、58 自動車・自転車小売、60 その他の小売）はrole 14で特徴づけられ、卸売業・小売業の典型的な生産・販売の過程を表現している。グループC（14 家具・装備品製造、20 ゴム製品製造、32 その他の製造、33 電気、61 銀行、64 非預金信用機関）はrole 6で特徴づけられ、製品を加工し商品を販売する過程を表現し、付加価値を与える加工産業に対応している。このように、得られたデンドログラムは業種の事業内容と関係しており、roleによる業種の分類は経済学的に意味のある分類になっている。

このように、三体相互作用に注目したroleの視点から業種の事業内容を特徴づけるリンク構造を抽出することができた。これをさらに進め、企業がroleのどこに位置しやすいかを各企業毎に測れば、事業内容や企業の大きさなどによる単純な分類とは異なる、実際の取引形態のパターンに基づく企業の全く新しい分類も可能になると考えられる。

## 5. まとめ

ページランクやネットワークモチーフの解析で得られた知見は、単独の企業そのものの情報だけからでは捉えられない、有向ネットワーク構造としてシステム全体が

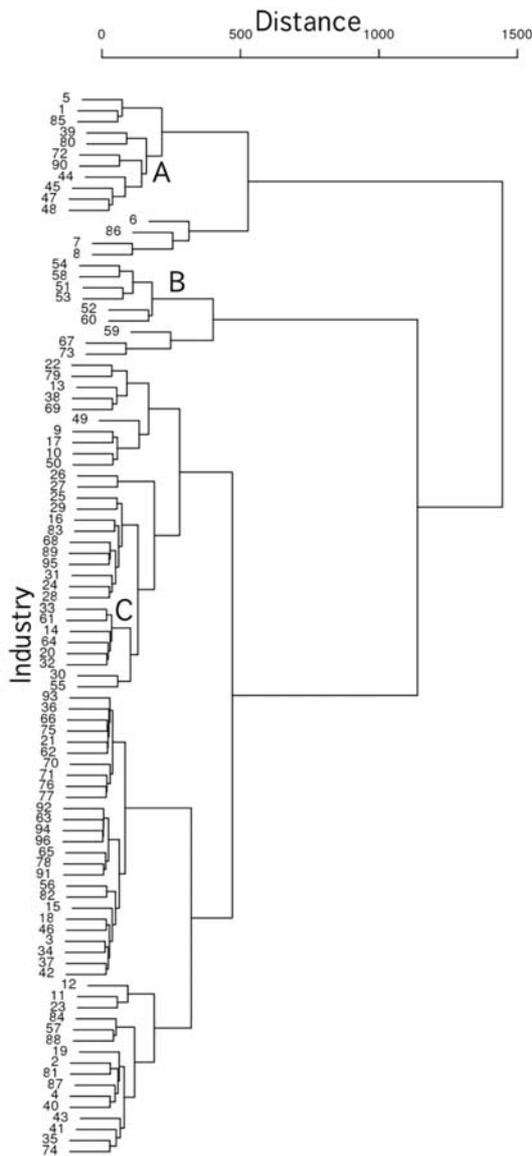


Fig. 10: Dendrogram of the industries obtained with Ward's method using Euclidean distance

らみてはじめて捉えられた企業の特徴である。これまで、企業の分析は会計データや株価など企業単体のデータに基づいて行われることが多かったが、大企業から中小企業に及ぶ複雑なお金とモノの流れの全貌をネットワークとして捉え、膨大な実データに基づいて分析するような研究が進んできつつある。たとえば、企業の年齢は指数分布に従うこと、および、企業の次数は年齢とともに指数関数的に増加することが発見され、企業の倒産、新規参入、合併の3つの効果を考慮したネットワーク形成の数理モデルにより、これらの観測事実がうまく再現されることが明らかになっている [13]。また、ネットワークから仮想的に企業を一つずつ取り除いていくとき、どの程度の数の企業を除去すれば、最大連結成分が消失し、お金や物・サービスの流れが滞るかをシミュレーションす

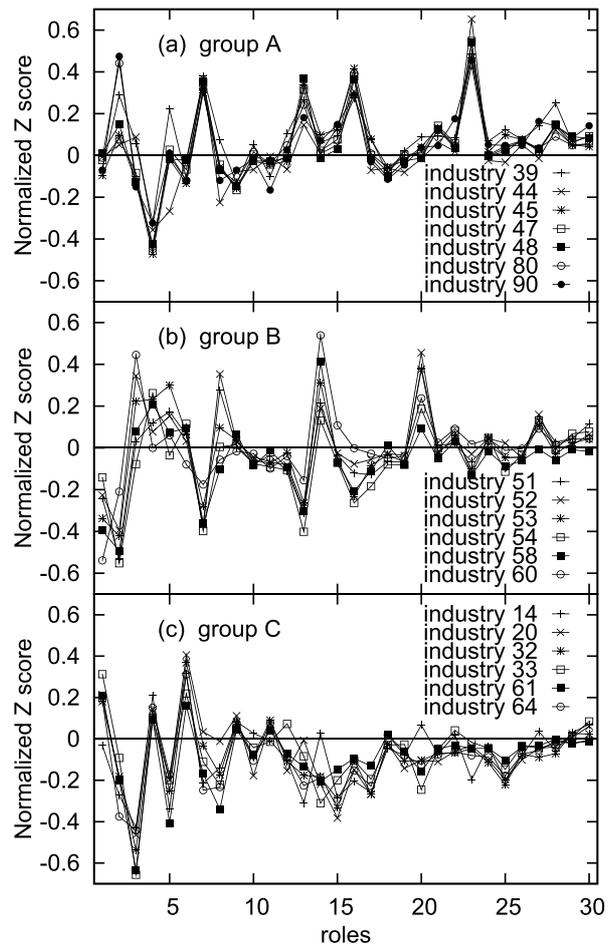


Fig. 11: The significance profiles of the roles Z of groups A(a), B(b), and C(c)

ることでネットワークの頑強性や臨界特性を調べるといいうパーコレーションの考え方を応用した分析も行われている。これまでの経済学の視点とは異なるこのような数理的解析を進めることで、企業成長・衰退の理解、企業の健全性の把握、操業停止・連鎖倒産のリスク評価などの現実的課題に役立つ知見が得られると期待している。

参考文献

[1] 増田直紀, 今野紀雄: 複雑ネットワーク:基礎から応用まで, 近代科学社, 2010.  
 [2] T. Ohnishi, H. Takayasu, and M. Takayasu: "Hubs and authorities on Japanese inter-firm network: Characterization of nodes in very large directed networks," Progress of Theoretical Physics Supplement, Vol.179, pp. 157-166, 2009.  
 [3] T. Ohnishi, H. Takayasu, and M. Takayasu: "Network Motifs in Inter-firm Network," J. of Economic Interaction and Coordination, Vol.5, No.2, pp. 171-180, 2010.  
 [4] 大西立顕, 高安秀樹, 高安美佐子: 企業間ネットワークの数理構造, 応用数理, Vol.20, No.3, pp. 37-49, 2010.

- [5] 齋藤正彦: 線型代数入門, 東京大学出版会, pp. 217-220, 1966.
- [6] S. Brin and L. Page: "The anatomy of a large-scale hyper-textual Web search engine," Computer Networks and ISDN Systems, Vol.30, Nos.1-7, pp. 107-117, 1998.
- [7] R. Milo, N. Kashtan, S. Itzkovitz, M. E. J. Newman, and U. Alon: "On the uniform generation of random graphs with prescribed degree sequences," Arxiv preprint cond-mat/0312028, 2003.
- [8] J. Kleinberg: "Authoritative Sources in a Hyperlinked Environment," J. of the ACM, Vol.46, No.5, pp. 604-632, 1999.
- [9] R. Milo, S. Shen-Orr, S. Itzkovitz, N. Kashtan, D. Chklovskii, and U. Alon: "Network Motifs: Simple Building Blocks of Complex Networks," Science, Vol.298, No.5594, pp. 824-827, 2002.
- [10] R. Milo, S. Itzkovitz, N. Kashtan, R. Levitt, S. Shen-Orr, I. Ayzenshtat, M. Sheffer, and U. Alon: "Superfamilies of evolved and designed networks," Science, Vol.303, No.5663, pp. 1538-1542, 2004.
- [11] R. Itzhack, Y. Moglevski, and Y. Louzoun: "An optimal algorithm for counting network motifs," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol.381, pp. 482-490, 2007.
- [12] N. Kashtan, S. Itzkovitz, R. Milo, and U. Alon: "Topological generalizations of network motifs," Physical Review E, Vol.70, No.3, 31909, 2004.
- [13] W. Miura, H. Takayasu, and M. Takayasu: "Effect of coagulation of nodes in an evolving complex network," Physical Review Letters, Vol.108, No.16, 168701, 2012.

---

#### 大西 立顕



2001年東京大学大学院工学系研究科修士課程修了, 2004年東京大学大学院新領域創成科学研究科博士課程修了. 博士(科学). 東京大学大学院法学政治学研究科助手, 同助教, キヤノングローバル戦略研究所研究員を経て, 2012年より同主任研究員. 超大量多様な経済データの数理的研究に従事. 日本物理学会, 日本経済学会会員.

---